E 01. Trois boules chargées.
A et B sont deux boules conductrices fixes identiques de rayon négligeable, distantes de $d = 50$ cm. A porte initialement une charge Q ; B porte initialement une charge $q = Q/4$. Une troisième boule C identique aux deux autres est mobile sur le segment de droite [AB]. Elle est primitivement neutre. On l'amène en contact avec A, puis on l'abandonne à elle-même.
1) En tenant compte de la géométrie des boules et de la conservation de la charge (la charge de A s'est répartie uniformément sur A et C), exprimer les charges de A, B, C, en fonction de Q, après le contact.
2) Déterminer la position d'équilibre de C en exprimant AC en fonction de d. Application numérique.
Cet équilibre est-il stable?

E 02. Champ créé par deux charges ponctuelles.
Deux charges ponctuelles P_1 ($q_1 = 40.10^{-9}$ C) et P_2 ($q_2 = -30.10^{-9}$ C) se trouvent dans le vide à une distance $P_1P_2 = d = 10$ cm l'une de l'autre. Calculer le module du champ électrostatique :
1) au point A milieu de [P_1P_2].
2) en un point M situé à 8 cm de P_1 et à 6 cm de P_2.
Application numérique : on donne $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ F·m^{-1}.

E 03. Fil cylindrique chargé uniformément en volume.
Soit un fil cylindrique de longueur $L = 50$ cm et de rayon $R = 1$ mm.
1) Calculer son volume.
2) Ce fil est chargé avec la charge $Q = 1$ µC. Quelle est la densité volumique de charge ? Quelle est la densité linéique de charge ?
3) Donner la relation littérale entre ρ et λ : exprimer λ en fonction de ρ et R.

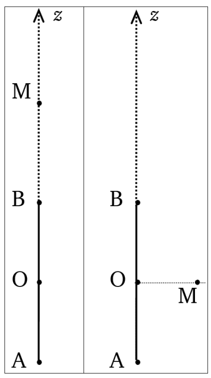
E 04. Fil conducteur cylindrique.
Considérons un fil cylindrique placé dans l'air, de rayon a, de très grande longueur, chargé en surface avec la densité uniforme σ. On souhaite décrire la répartition de charge par une densité linéique λ. Exprimer λ en fonction de σ.

E 05. Fil chargé avec une densité non uniforme.
Soit un fil rectiligne de longueur L, placé selon l'axe Ox entre $x = 0$ et $x = L$, chargé avec la densité linéique $\lambda = ax$, a étant une constante négative.
1) Représentez symboliquement avec des – de différentes tailles la répartition des charges sur ce segment.
2) Calculer sa charge Q.

E 06. Plan rectangulaire chargé
Rectangle (largeur ℓ longueur L) dans le plan xOy chargé avec la densité $\sigma = ay$, a constante positive.
$0 \leqslant x \leqslant L$ et $0 \leqslant y \leqslant \ell$
1) Quelle est l'unité SI de a ?
2) Représentez symboliquement avec des + de différentes tailles la répartition des charges sur ce rectangle.
3) Calculer sa charge Q.

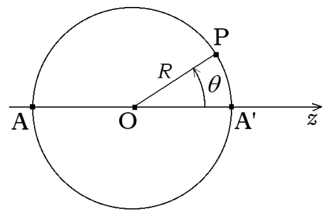
E 07. Répartition volumique de charge.
Une sphère S de centre O et de rayon R est chargée en volume avec une densité ρ ne dépendant que de la distance r du point considéré au centre O, donnée par la loi : $\rho(r) = \rho_0\left(1 - \frac{ar^2}{R^2}\right)$ où ρ_0 et a sont des constantes.
1) Quelle est la charge dq comprise entre deux sphères intérieures à S, centrées en O, et dont les rayons sont r et $r+dr$?
2) Calculer la charge q de S.

E 08. Direction du champ créé par un fil chargé.
Un fil de longueur $AB = L$, dans l'air, est chargé uniformément avec la densité linéique λ positive. L'origine O d'un repère cylindrique est placée au milieu de [AB].
1) Déterminer la direction et le sens du champ électrostatique sur l'axe du fil en un point M d'abscisse z : $z > L/2$, puis $z < -L/2$ (voir 1e figure).
2) Déterminer la direction et le sens du champ en M , situé sur le plan médiateur du fil, à la distance r de O (2e figure).
3) Par extrapolation, en déduire l'allure des lignes de champ en tout point de l'espace.
4) On suppose $L \gg r$. Déterminer $\vec{E}$ en utilisant le théorème de Gauss.



E 09. Géométrie du champ créé par une boucle chargée.
Une boucle circulaire, de rayon R et de centre O, placée dans l'air, est chargée avec une densité linéique λ uniforme.
Déterminer la direction du champ électrostatique créé par la boucle sur son axe, en un point M situé à la distance z de O.

E 10. Densité de charge non uniforme.
Une sphère de rayon R porte une charge dont la répartition surfacique présente une symétrie de révolution autour d'un axe diamétral Oz (voir figure). La densité de charge s'exprime par : $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos\theta \quad (\sigma_0 > 0)$



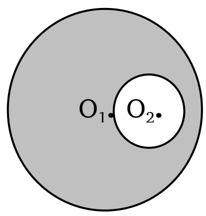
1) Représentez symboliquement avec des + et des – de différentes tailles la répartition des charges sur cette sphère.
2) Déterminer la direction et le sens du champ au point O. Justifier de différentes manières.

E 11. Champ et potentiel électrostatiques créés par deux cylindres coaxiaux.
Deux cylindres creux, considérés comme infinis, de rayons R_1 et R_2 $(R_1<R_2)$, d'épaisseur négligeable et placés dans le vide, portent respectivement les densités surfaciques de charge σ et $-\sigma$ $(\sigma>0)$. Le potentiel du cylindre extérieur est pris égal à V_0.
1) Exprimer le champ électrostatique en tout point de l'espace.
2) En déduire le potentiel électrostatique en tout point de l'espace.
3) Représenter le graphe de $\overline{E}$ et de V.

E 12. Champ et potentiel à proximité d'un plan chargé.
Un plan infini d'épaisseur négligeable, placé dans le vide, est chargé en surface avec la densité uniforme σ. Son potentiel est fixé par un générateur à la valeur V_0. On appelle Oz l'axe perpendiculaire au plan et passant par un point O du plan.
1) Quelle est l'équation de ce plan ? Donner la direction des lignes de champ et la forme des équipotentielles.
2) Calculer le champ électrostatique à l'aide du théorème de Gauss.
3) Exprimer le potentiel électrostatique créé par ce plan.

E 13. Sphère uniformément chargée en volume : champ et potentiel.
Une sphère de centre O et de rayon R, dans l'air, est uniformément chargée en volume avec la densité ρ.
1) Calculer le champ $\vec{E}$ en tout point de l'espace. Étudier sa continuité en $r = R$. Tracer l'allure du graphe de $\overline{E}(r)$.
2) En déduire le potentiel électrostatique en tout point de l'espace. Tracer l'allure du graphe de $V(r)$.
3) Comparer ces expressions à celles obtenues pour une charge ponctuelle, en appelant Q la charge totale portée par la sphère.

E 14. Champ dans la cavité d'un isolant.
Une sphère de centre O_1 et de rayon R porte une charge volumique ρ répartie uniformément dans le volume qu'elle délimite, sauf dans une cavité sphérique de rayon a et de centre O_2, creusée dans la sphère ; cette cavité est vide de charges. On supposera que dans l'isolant $\varepsilon \approx \varepsilon_0$.



Calculer le champ électrostatique à l'intérieur de la cavité et souligner sa particularité.
On utilisera le principe de superposition et le théorème de Gauss.

E 15. Champ créé par deux plans parallèles.
Deux plans horizontaux infinis d'épaisseur négligeable sont placés dans le vide. Le plan supérieur porte une charge positive de densité surfacique uniforme σ et le plan inférieur une charge de densité uniforme $-\sigma$.
1) En utilisant le principe de superposition et le résultat du champ au voisinage d'un plan chargé, calculer le champ électrostatique en tout point de l'espace. Donner la position et la forme des équipotentielles.
2) Soit Σ_1 un cylindre placé entre les deux plans, sans les toucher, ses faces planes, de surface s, étant parallèles aux plans. Soit Σ_2 un cylindre traversé par un plan, ses faces planes, de surface s, étant parallèles aux plans. Calculer les flux électrostatique à travers ces deux surfaces fermées. Ces valeurs sont-elles en accord avec le théorème de Gauss ?
3) Exprimer la différence de potentiel entre les deux plans, ceux-ci étant distants de a.
Application numérique : $a = 1$ cm ; $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ F·m^{-1} ; $\sigma = 4.10^{-7}$ C·m^{-2}.

Rép : 452 V