

E 30. Force électrique vs force magnétique [Résolution de problème].

On souhaite accélérer des particules chargées positivement, en les faisant passer d'une vitesse v_A à une vitesse v_B supérieure.

Peut-on utiliser un champ électrique ? Peut-on utiliser un champ magnétique ?

Si oui, exprimer v_B en fonction de v_A , après avoir introduit les paramètres utiles. Sinon, expliquer pourquoi.

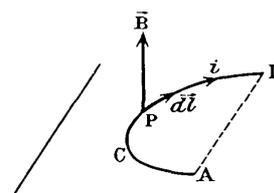
NB : on pourra utiliser le théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrale : $\Delta \mathcal{E}_c(A \rightarrow B) = \sum W(\vec{f}, A \rightarrow B)$

E 32. Force de Laplace agissant sur une portion de circuit

1) Exprimer la force agissant sur une portion plane ACD de circuit parcourue par un courant i et placée dans un champ magnétique uniforme et perpendiculaire au plan du courant. En déduire son module.

2) Cas où ACD est un demi-cercle de rayon R ?

3) Cas où A et D sont confondus ?



E 33. Balance de Cotton

C'est un appareil de mesure de champ magnétique utilisant la force de Laplace.

Un courant d'intensité I parcourt un circuit filiforme OABCDO, plan, mobile autour d'un axe horizontal passant par O (voir figure). AB et CD sont des arcs de cercle de centre O, et BC est radial. On nomme O' le milieu de BC. Ce circuit est solidaire d'un bras de balance ON. Deux fils souples le relient à un générateur de courant. L'ensemble mobile est équilibré à l'aide de contrepoids, pour $I = 0$. La partie BC est placée dans une région de champ magnétique uniforme délimitée par un cercle ; \vec{B} est perpendiculaire au plan de la figure et dirigé vers l'arrière.

Montrer que cet instrument, relégué actuellement au rang d'appareil de musée, permet effectivement de mesurer un champ magnétique, en exprimant $B = \|\vec{B}\|$ en fonction des données.

Application numérique : $a = BC = 1 \text{ cm}$; $OO' = ON = 20 \text{ cm}$; $I = 5 \text{ A}$;

$g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$; $m = 1 \text{ g}$.

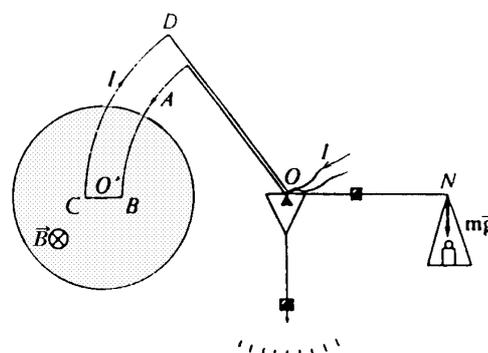


Fig. 9. Balance de Cotton.

E 34. Position d'équilibre, stabilité.

Un fil de cuivre AB, de longueur $L = 30 \text{ cm}$ et de masse $m = 30 \text{ g}$, est suspendu à deux ressorts identiques de masses négligeables. En l'absence de courant le fil AB et le fil infini $x'x$ sont tous deux horizontaux, dans un même plan vertical, et à la distance $h = 1,5 \text{ cm}$ l'un de l'autre. On place un axe Oy vertical descendant dont l'origine coïncide avec cette position d'équilibre.

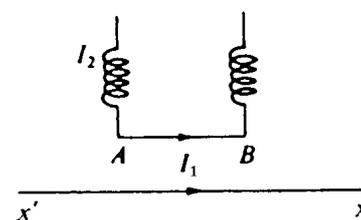
1) On fait passer des courants d'intensité $I_1 = 50 \text{ A}$ dans $x'x$ et $I_2 = 30 \text{ A}$ dans AB.

On observe alors un nouvel équilibre dans lequel AB s'est rapproché de $y_1 = 5 \text{ mm}$ exactement. Calculer la constante k de chaque ressort. On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

2) Montrer qu'il y a en fait deux positions d'équilibre, et déterminer la seconde. Comparer ces deux positions du point de vue de la stabilité. A quelle condition devait satisfaire la constante k pour qu'un équilibre soit possible ?

3) Montrer que lorsque y est voisin de y_1 , on peut écrire $\frac{1}{h-y} \approx K + \frac{y}{(h-y_1)^2}$. Exprimer la constante K .

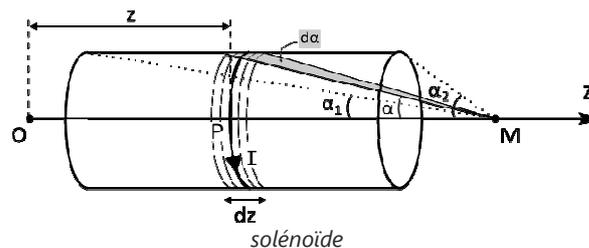
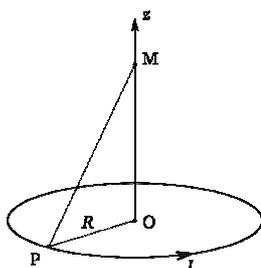
Calculer alors la période des très petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.



E 35. Solénoïde circulaire : lignes de champ magnétique.

On désigne par solénoïde un circuit constitué de spires jointives enroulées sur un cylindre. Il s'agit de la modélisation simplifiée d'une bobine (voir schéma).

1) Déterminer les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant dans une spire circulaire. En déduire la direction de \vec{B} en certains points particuliers.



← spire circulaire

2) Extrapoler pour dessiner l'allure des lignes de champ environnant cette spire.

3) Mêmes questions pour le solénoïde. On pourra également s'aider du principe de superposition, valable aussi pour le champ magnétique.

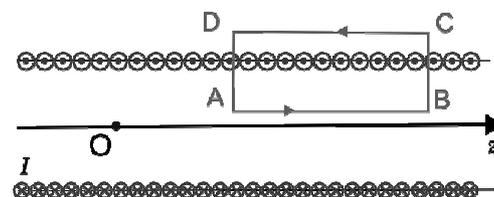
4) Soient ℓ la longueur du solénoïde, R le rayon de sa section circulaire, et N le nombre total de spires parcourues par le courant I . On montre que le champ en un point M de l'axe du solénoïde s'exprime en fonction des angles α_1 et α_2 (définis sur la figure) par : $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 NI}{2\ell} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \vec{u}_z$

Que devient cette expression dans le cas d'un solénoïde long idéal (c'est à dire considéré comme infini) ?

E 36. Solénoïde infini.

Considérons un solénoïde comportant n spires par unité de longueur, jointives, enroulées sur un cylindre infini de section droite quelconque (pas forcément circulaire, donc). On admettra que le champ à l'extérieur d'un tel solénoïde est nul.

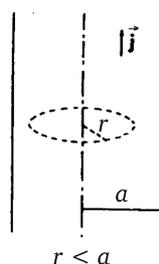
À l'aide du théorème d'Ampère, déterminer champ \vec{B} interne en fonction de I et n . On utilisera le contour d'Ampère ABCD indiqué sur la figure.



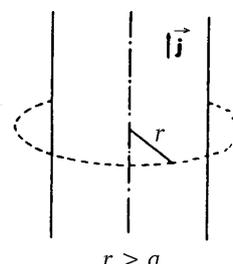
E 37. Conducteur cylindrique.

Considérons un conducteur cylindrique de section circulaire, dont le rayon est a , parcouru par un courant de densité uniforme et d'intensité I . Nous supposons sa longueur suffisante pour que les effets de bord puissent être négligés.

Déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace en fonction de I . On utilisera le théorème d'Ampère.



$r < a$

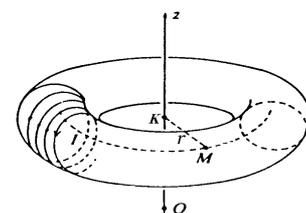


$r > a$

E 38. Bobine torique.

Considérons une bobine torique constituée de N spires jointives régulièrement enroulées sur un tore de révolution d'axe Oz .

Déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace.



E 39. Câble coaxial.

Un câble coaxial est modélisé par deux cylindres conducteurs coaxiaux, creux, de rayons a et b , qu'on suppose très minces. Ils sont séparés par un milieu non magnétique et sont parcourus par le même courant I , mais en sens inverse.

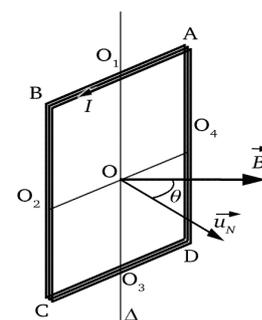
On négligera les effets de bord (ou d'extrémité), c'est-à-dire que pour l'étude des symétries, on considérera que la ligne est de longueur infinie.

Déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace.



E40. Action d'un champ magnétique uniforme sur un cadre.

On enroule N tours de fil sur un cadre rectangulaire ABCD de centre O, de hauteur h et de largeur $2a$, mobile autour d'un axe vertical Δ passant par les milieux des "largeurs". Ce cadre est parcouru par un courant d'intensité I et plongé dans un champ magnétique uniforme horizontal \vec{B} . La normale au cadre (orientée par le sens du courant selon la convention habituelle) fait l'angle θ avec \vec{B} ($0 < \theta < \pi/2$), selon la figure ci-contre.



1) Exprimer les 4 forces de Laplace $\vec{f}_{L1}, \vec{f}_{L2}, \vec{f}_{L3}, \vec{f}_{L4}$ agissant respectivement sur AB, BC, CD, DA. Placer ces forces sur le schéma et calculer leurs modules.

Que vaut la résultante de ces 4 forces ?

2) On indique que le moment en O d'une force \vec{f} appliquée en M s'exprime par :

$$\vec{M}_O(M, \vec{f}) = \vec{OM} \wedge \vec{f}$$

Exprimer les moments par rapport à O des 4 forces $\vec{f}_{L1}, \vec{f}_{L2}, \vec{f}_{L3}, \vec{f}_{L4}$.

En déduire le moment résultant \vec{M}_L .

E41. Inductance propre d'un solénoïde long idéal (1^{er} méthode).

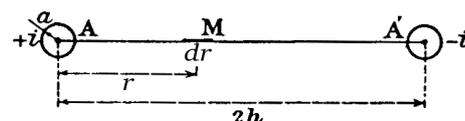
Calculer le coefficient d'inductance propre d'un solénoïde long considéré comme idéal. Ses caractéristiques sont les suivantes : longueur l , n spires par unité de longueur, section circulaire de surface S .

Application numérique : $l = 0,60$ m, $n = 15$ spires par centimètre, diamètre $D = 16$ cm, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ USI.

Rép : 34 mH

E42. Inductance propre d'une ligne bifilaire.

1) Calculer l'inductance propre d'une ligne à deux fils parallèles de rayon a , dont la distance entre les axes est $2h$. On suppose que la ligne est de longueur $\ell \gg 2h$ et que les rayons des cylindres conducteurs sont faibles devant leur écartement ($a \ll h$).



Ceci implique en particulier que les interactions entre les deux courants $+i$ et $-i$ parcourant les fils A et A' sont négligeables, et donc que ces courants sont uniformément répartis dans chaque conducteur.

La surface à considérer pour le calcul du flux propre s'appuie sur les axes des deux conducteurs.

2) En déduire l'expression de l'inductance propre linéique $L_\ell = \frac{L}{\ell}$

3) L'expression de la capacité linéique C_ℓ de la ligne considérée étant $C_\ell = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{a}}$ quelle relation lie L_ℓ et C_ℓ ?

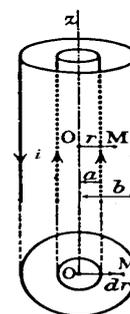
E43. Inductance propre d'un câble coaxial.

1) Un câble coaxial de longueur ℓ est formé de deux cylindres conducteurs coaxiaux, creux, de rayons a et b , qu'on suppose très minces. Ils sont séparés par un milieu non magnétique et sont parcourus par le même courant i , mais en sens inverse. Calculer le coefficient d'inductance propre de cette ligne.

NB : on négligera les effets de bord. On rappelle alors que le champ magnétique créé vaut (cf. exercice "câble coaxial") :

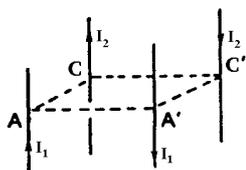
$$B(a < r < b) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad \text{et} \quad B(r < a) = B(r > b) = 0$$

2) Exprimer l'inductance propre linéique $L_\ell = \frac{L}{\ell}$.

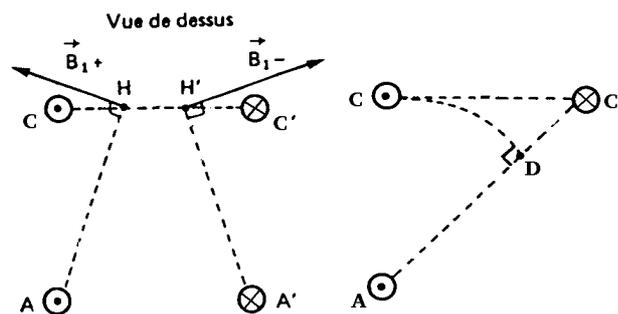


La capacité linéique C_ℓ du condensateur cylindrique formé par le câble étant : $C_\ell = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}$; quelle relation lie L_ℓ et C_ℓ ?

E44. Inductance mutuelle de deux lignes bifilaires.



Soient deux circuits rectangulaires de hauteur l et de largeur a , disposés parallèlement, à la distance a . On a $l \gg a$ de sorte que chaque circuit se comporte comme une paire de fils infinis parallèles. Ces deux circuits parcourus par les courants I_1 et I_2 , constituent donc deux lignes bifilaires passant par les points A, A', C', C disposés selon un carré de côté a . (voir figure de gauche).

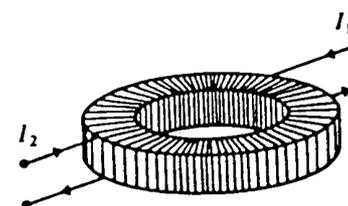


Calculer l'inductance mutuelle de ces deux circuits. En déduire l'inductance mutuelle par unité de longueur.

Note : pour les calculs de flux, on utilisera la décomposition suggérée par les figures de droite.

E45. Inductance et inductance mutuelle d'une double bobine torique.

On considère un tore engendré par la rotation d'un carré de côté $2a$ dont le centre décrit un cercle de rayon $R > a$ autour d'un axe Δ parallèle à une paire de côtés et situé dans le plan du carré. Sur ce tore, sont régulièrement bobinés N_1 tours de fil d'un premier circuit et N_2 tours de fil d'un second circuit.



1) Calculer L_1 , L_2 , et M , sans utiliser de relation entre ces 3 grandeurs.

2) Quelle est la relation entre ces trois grandeurs ? Que peut-on dire du couplage ?

3) Définissons le rayon magnétique moyen R_m d'un tore par $\Phi_p = NB_m S$ avec $B_m = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R_m}$, S désignant la section du tore.

a) Appliquer cette définition à l'un des deux circuits pour calculer R_m dans notre cas.

b) Montrer que si $R \gg a$, R_m peut être assimilé au rayon géométrique moyen R .