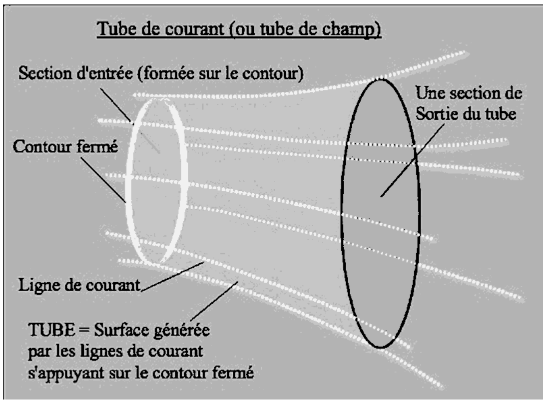
FLUIDE EN ÉCOULEMENT (résumé)

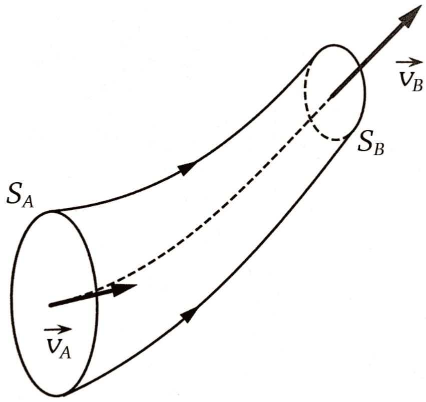
M6. DESCRIPTION ET ÉNERGÉTIQUE D'UN FLUIDE EN ÉCOULEMENT

1. DESCRIPTION D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

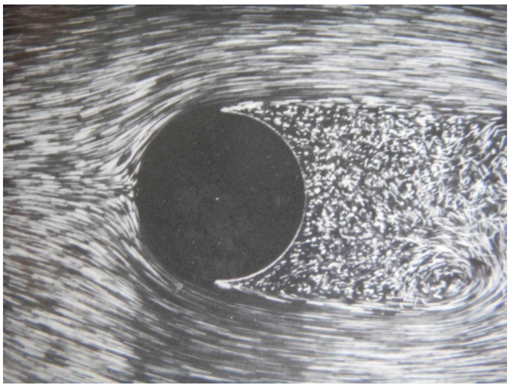
◊ *grandeurs eulériennes :* $\vec{v}(M,t)$, $\rho(M,t)$ *et* $p(M,t)$

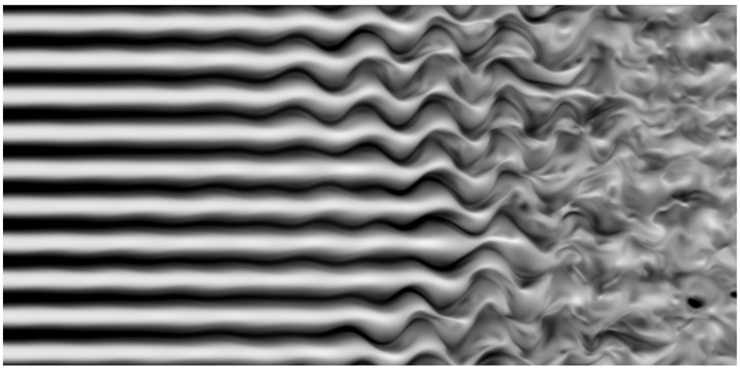
◊ *tube de courant*





◊ *images*



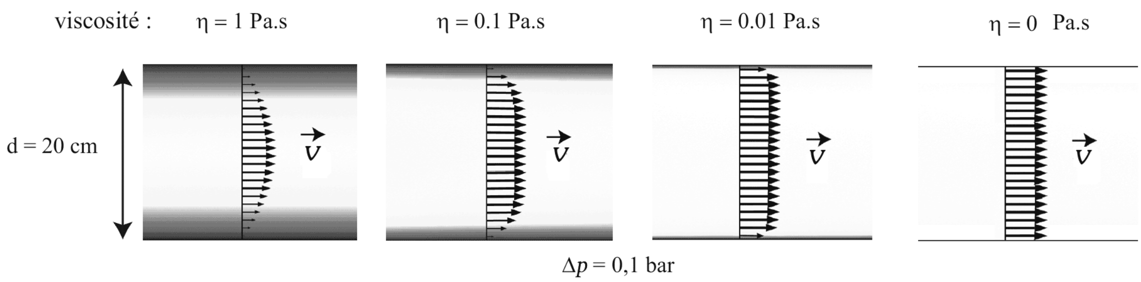


◊ *débits*

débit massique : $D_m = \dfrac{dm}{dt}$ débit volumique : $D_V = \dfrac{dV}{dt}$ si $\rho = cste$, $D_m = \rho D_V$

propriétés : $D_m = \Phi\left(\vec{j_m}, S\right)$ et si fluide non-visqueux : $D_m = j_m S = \rho v S$

◊ *viscosité*



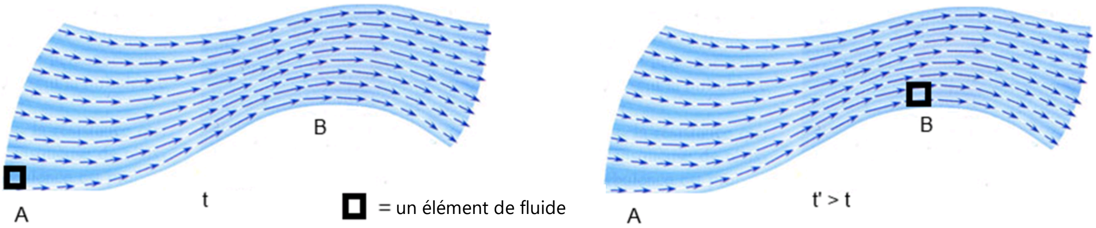
2. CONSERVATION DE LA MASSE

◊ *densité de courant de masse ou densité de flux de masse :* $\vec{j}_m = \rho\vec{v}$ *propriété :* $D_m = \Phi\left(\vec{j_m}, S\right)$

◊ *équation de conservation de la masse (formes locale / intégrale) :* $\operatorname{div}\vec{j}_m + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ $\Phi\left(\vec{j}_m, S_{fermée}\right) + \dfrac{d}{dt} m_{\text{int}}(S) = 0$

3. CARACTÉRISATION DES ÉCOULEMENTS

◊ *écoulement stationnaire :* $\vec{v}(M,\cancel{t})$, $\rho(M,\cancel{t})$, $p(M,\cancel{t})$ → grandeurs indépendantes du temps



Par stationnarité on a bien : $\vec{v}(A,t)=\vec{v}(A,t')$ et $\vec{v}(B,t)=\vec{v}(B,t')$, mais en revanche $\vec{v}(A,t)\neq\vec{v}(B,t')$.

propriétés :

$\operatorname{div}\vec{j_m}=0$ $\quad \Phi\left(\vec{j_m},S_{fermée}\right)=0$: le vecteur densité de courant de masse est à flux conservatif

$D_m=\Phi\left(\vec{j_m},S\right)$ d'où $\Phi\left(\vec{j_m},S_{fermée}\right)=0 \Rightarrow$ conservation de D_m : $D_{m,entrant}=D_{m,sortant}$

conservation du débit massique à travers différentes sections d'une même canalisation

si $\rho = cste$, $D_m=\rho D_V$

◊ *écoulement incompressible :* $\rho(\cancel{M},t)$ masse volumique uniforme.

liquides : toujours ; gaz : pour des vitesses suffisamment faibles.

◊ *écoulement stationnaire incompressible :* $\vec{v}(M,\cancel{t})$, $\rho(\cancel{M},\cancel{t})$, $p(M,\cancel{t})$

propriétés :

$\operatorname{div}\vec{v}=0$ $\quad \Phi\left(\vec{v},S_{fermée}\right)=0$: le champ des vitesses est à flux conservatif

$D_V=\Phi\left(\vec{v},S\right)$ d'où $\Phi\left(\vec{v},S_{fermée}\right)=0 \Rightarrow$ conservation de D_V : $D_{V,entrant}=D_{V,sortant}$

si écoulement parfait : $D_V=vS$ et $v_AS_A=v_BS_B$ sur un tube de courant

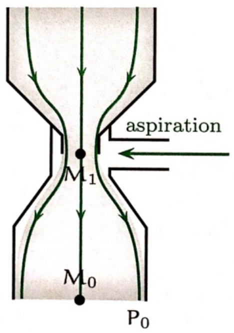
4. ÉNERGÉTIQUE DES ÉCOULEMENTS PARFAITS DANS UNE CONDUITE

◊ *écoulement parfait :* sans dissipation énergétique (pas de frottement visqueux, pas de transferts thermiques)

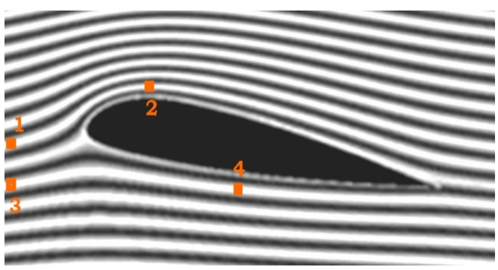
◊ *relation de Bernoulli (écoulement stationnaire incompressible et parfait,* A *et* B *sur une même ligne de courant) :*

$$p_B-p_A+\rho g\left(z_B-z_A\right)+\frac{1}{2}\rho\left(v_B^{\,2}-v_A^{\,2}\right)=\frac{\mathscr{P}_i}{D_V}\qquad(\uparrow z)$$

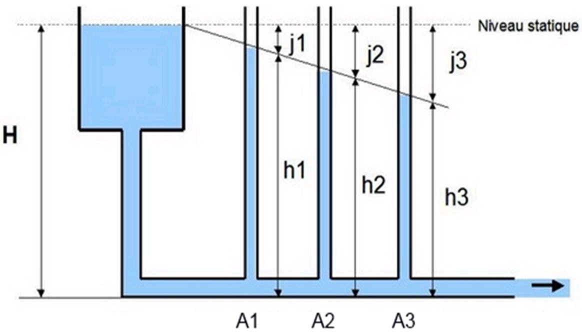
◊ *effet Venturi*



◊ *portance*



◊ *perte de charge : description*



5. PERTE DE CHARGE *(voir schéma ci-dessus à droite)*

◊ *relation de Bernoulli modifiée* $\quad p_B-p_A+\rho g\left(z_B-z_A\right)+\frac{1}{2}\rho\left(v_B^{\,2}-v_A^{\,2}\right)=\frac{\mathscr{P}_i}{D_V}-\Delta p_t$

avec : $\Delta p_t=\Delta p_r+\Delta p_s$ $\qquad \Delta p_r=K_r\frac{\ell}{d}\times\frac{1}{2}\rho v^2$ et $\Delta p_s=K_s\times\frac{1}{2}\rho v^2$