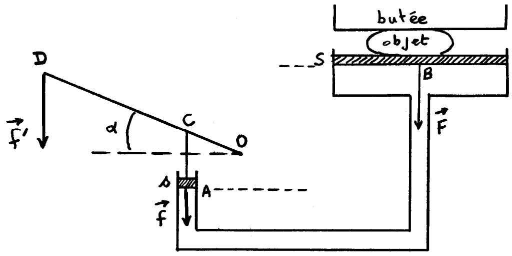
M70. Presse hydraulique.

On considère le dispositif ci-contre, permettant, en appliquant une force $\vec{f'}$ en D, d'écraser un objet. On note respectivement S et s les sections des pistons A et B ; $S \gg s$. On négligera le poids de la tige OD, ainsi que tout frottement ; la liaison au niveau de l'axe O est supposée parfaite.



1) On donne $OC = \ell$ (≈ constante, α étant faible), $OD = L$.

Déduire de l'équilibre de la tige l'expression de $f = \|\vec{f}\|$ en fonction de $f' = \|\vec{f'}\|$.

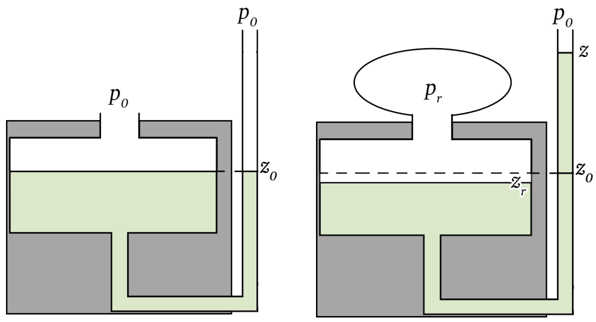
2) Exprimer la variation de pression Δp_A du liquide en A due à la force supplémentaire f.

3) En déduire $F = \|\vec{F}\|$ en fonction de f'. Montrer que $F \gg f'$.

M71. Fakir *[Résolution de problème]*

Pourquoi s'allonger sur un lit de clous n'est pas dangereux ?
Proposer une modélisation simple pour répondre à cette question.

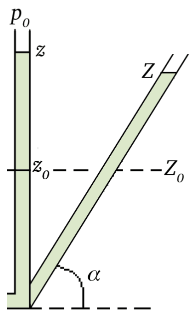
M 72. Manomètre à réservoir.



On s'intéresse au fonctionnement d'un manomètre constitué d'un réservoir de section S et d'un tube vertical de section s (voir schéma). L'appareil contient un liquide de masse volumique ρ.
Lorsque le manomètre est en contact avec l'air atmosphérique, on a $p_r = p_0$. Les deux niveaux sont alors en z_0.
Lorsque le manomètre mesure une pression $p_r \neq p_0$, les cotes des deux surfaces libres deviennent z_r et z. Seul le niveau z est lisible.

1) Exprimer la pression différentielle $p' = p_r - p_0$ en fonction de $z - z_0$ et de ρ, g, s et S.
   Que devient cette expression si $s \ll S$? Cette condition sera réalisée pour la suite de l'exercice.

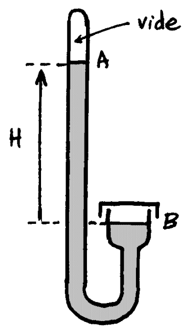
2) Exprimer la sensibilité du manomètre, définie par $\dfrac{\Delta z}{\Delta p'}$



3) On incline le tube du manomètre, sa direction faisant un angle α avec l'horizontale. La position du ménisque le long du tube est repérée par son abscisse Z.
Calculer la nouvelle sensibilité.

M73. Baromètre à mercure

Un baromètre à mercure permet, par une lecture de la dénivellation H d'une colonne de mercure, de mesurer la pression atmosphérique p en B. On notera ρ la masse volumique du mercure.



1) Exprimer p en fonction de H.
2) Application numérique : $g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$; $\rho = 13\ 600\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ à $25\ °\mathrm{C}$; exprimer H en mm pour $p = 1{,}013.10^5\ \mathrm{Pa}$.
Quel est l'intérêt d'utiliser du mercure ? Quel est l'inconvénient d'utiliser du mercure ?
3) Des corrections sont à apporter sur un tel dispositif pour tenir compte de l'influence du lieu de la mesure et de l'influence de la température. Expliquer.

M74. Champ de pression dans la troposphère

La troposphère est la couche de l'atmosphère la plus basse. Sa limite supérieure, la tropopause, se situe à une altitude d'environ 8 à 15 km selon la latitude et la saison. On modélise l'évolution de la température dans la troposphère par la loi : $T(z) = \dfrac{T_0 z_0}{z + z_0}$, T_0 et z_0 étant des constantes à déterminer. On donne : $T(z=0) = 300\ \mathrm{K}$ et $\dfrac{dT}{dz}(z=0) = A = -7{,}5.10^{-3}\ \mathrm{K{\cdot}m^{-1}}$.

1) L'air étant considéré comme un gaz parfait, exprimer la pression $p(z)$ en fonction de z.
2) Calculer p pour $z = 10$ km. On donne $p(0) = 1$ bar ; $R = 8{,}314\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}}$; $M = 29\ \mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

M75. Théorème de Pascal.

1) À la surface d'un récipient contenant de l'eau, la pression change de p_0 à $p_0 + \Delta p$. Que dire du changement de pression dans l'eau ?

2) Commenter l'expérience dite du tonneau de Pascal. Un tonneau est percé de manière à être surmonté par une fine colonne d'eau (*voir fig.1*). On ajoute un tout petit peu d'eau dans la colonne. Que va-t-il se passer ?

3) Un récipient contenant de l'eau possède deux ouvertures de sections très différentes $S_2 \gg S_1$ fermées par des pistons (*voir fig.2*). Que se passe-t-il sur le piston de surface S_2 si on applique une force $\vec{f_1}$ sur la surface S_1 ? Exprimer la différence de hauteur entre les deux parties en fonction de S_1, ρ, g et f_1.

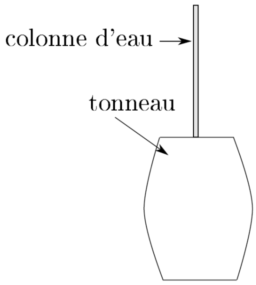


fig.1

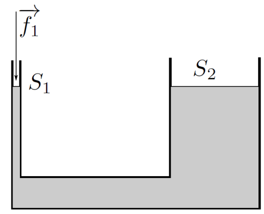
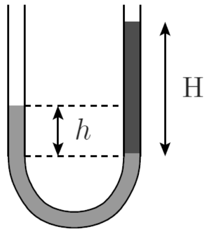


fig.2

M76. Tube en U.

Un tube "en U" étant partiellement rempli d'eau, de masse volumique ρ_1, on verse doucement dans l'une des branches du tube de l'huile, de masse volumique $\rho_2 < \rho_1$, sur une hauteur H. À l'équilibre, la surface libre de l'eau est situé à la hauteur h au-dessus de l'interface eau/huile. On note A et B les points situés aux surfaces libres respectives de l'eau et de l'huile, et C un point situé au niveau de l'interface. La pression atmosphérique est notée p_0.



1) Écrire les relations entre les pressions p_A, p_B et p_C en supposant que les fluides sont incompressibles.

2) En déduire la relation entre h, H, ρ_1 et ρ_2.

3) Calculer la masse volumique ρ_2 de l'huile avec $\rho_1 = 1$ kg·L^{-1}, $h = 18$ cm et $H = 20$ cm.

M77. Oscillations d'un bouchon lesté

Un bouchon homogène, de masse volumique ρ, de forme cylindrique de hauteur H et de section S, est lesté par une pastille de masse m fixée sur sa base inférieure. À l'équilibre dans l'eau de masse volumique ρ_{eau}, la hauteur de bouchon enfoncé dans l'eau est h. On utilisera un axe vertical descendant.

1) Déterminer la relation liant h et les données de l'énoncé.

On enfonce le bouchon dans l'eau et on le lâche. Il se met à osciller. On suppose qu'il n'est jamais totalement immergé. Les frottements sont négligés.

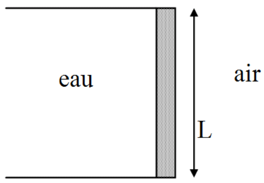
2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la cote $z(t)$ mesurant le déplacement vers le bas du bouchon par rapport à l'équilibre.

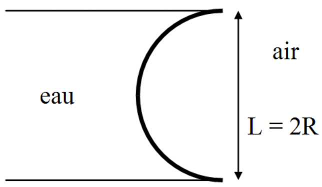
3) Déterminer la période T des oscillations en fonction de g et h.

M78. Force de pression sur un barrage

1) On s'intéresse à un barrage constitué d'un mur droit vertical. La hauteur d'eau est $h = 5,0$ m. La largeur du cours d'eau est $L = 4,0$ m. Calculer la force exercée par l'eau sur le barrage sachant que la pression de l'air est $p_0 = 1,0$ bar. La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg·m^{-3}. On prendra $g = 9,8$ m·s^{-2}.

2) hors-programme. Pour s'assurer une meilleure résistance à la poussée de l'eau, on construit un barrage hémicylindrique de rayon de courbure R. Reprenez la question précédente. On indique que $d^2S = R\, d\theta dz$.





M79. Débordera, débordera pas ?

Un verre contenant un glaçon de volume V et de masse volumique ρ, est rempli à ras bord d'eau liquide de masse volumique ρ_0.

1) Exprimer en fonction des données le volume V_i de la partie immergée du glaçon.

2) Exprimer le volume V' du glaçon lorsqu'il aura fondu. Faut-il prévoir une éponge pour essuyer la table ?