21. Transfert thermique à travers une paroi.
La température intérieure de surface d'une paroi est égale à 15 °C et sa température extérieure de surface à 13 °C. Son épaisseur est de 10 cm. Calculer le flux thermique qui traverse perpendiculairement un mètre carré de cette paroi, en régime permanent :
a) si elle est en béton (conductivité du béton : 1,75 $W.m^{-1}.K^{-1}$)
b) si elle est en plâtre (conductivité du plâtre : 0,50 $W.m^{-1}.K^{-1}$)
c) si elle est en laine de verre (conductivité de la laine de verre : 0,04 $W.m^{-1}.K^{-1}$)

Réponse(s) : 35 W ; 10 W ; 0,8 W

22. Paroi multicouche.
On réalise une paroi multicouche avec un mur en béton de 10 cm d'épaisseur, une couche de laine de verre de 8 cm d'épaisseur et une plaque de plâtre de 2 cm d'épaisseur. La température extérieure de surface est de 2 °C (côté béton) et la température de surface intérieure est de 18 °C (côté plâtre). On donne *: λ(béton) = 1,75 $W.m^{-1}.K^{-1}$; λ(laine de verre) = 0,04 $W.m^{-1}.K^{-1}$; λ(plâtre) = 0,50 $W.m^{-1}.K^{-1}$* .On demande de calculer :
le flux thermique qui traverse perpendiculairement, en régime permanent, un mètre carré de cette paroi;
la température au contact du béton et de la laine de verre ainsi que celle au contact de la laine de verre et du plâtre.

Réponse(s) : 7,63 W ; 2,4 °C ; 17,7 °C

23. Isolation d'une canalisation.
Une canalisation métallique de diamètre extérieur 4 cm et de longueur 30 m transporte de l'eau à 90°C. Pour diminuer les déperditions thermiques on l'entoure d'un manchon isolant d'épaisseur 4 cm en laine de verre. La température de la surface extérieure du manchon est de 30 °C. Calculer les déperditions thermiques.
Application numérique : λ(laine de verre) = 0,04 $W.m^{-1}.K^{-1}$; λ(métal) ≈ ∞.

Réponse(s) : 412 W

24. Conductivité thermique d'un matériau.
Pour mesurer la conductivité thermique λ inconnue d'un matériau granulaire, on en remplit l'espace compris entre deux tubes cylindriques métalliques concentriques de rayons r_1 et r_2. Dans le plus petit cylindre on dispose une résistance électrique chauffante de manière à ce que la température soit maintenue constante à une valeur T_1. La totalité du cylindre extérieur est à la température uniforme T_2.
a) Donner, en régime permanent, l'expression de la conductivité λ du matériau en fonction de la différence de température $T_1 - T_2$, des rayons r_1 et r_2 , de la longueur L du tube et du flux thermique Φ dégagé dans le plus petit tuyau. (On suppose l'ensemble parfaitement isolé aux deux extrémités). *Application numérique* : L = 1 m ; r_1 = 1 cm ; r_2 =8 cm.
On constate qu'il faut maintenir une puissance thermique Φ = 85 W pour que T_1 = 100 °C et T_2 = 38,6 °C. Calculer la valeur de la conductivité λ du matériau.
b) Le dispositif est situé dans un local dont la température est maintenue constante et égale à T_3. Le coefficient d'échange thermique convectif entre la paroi métallique du cylindre extérieur et l'air ambiant est h.

b-1) Trouver en régime permanent et pour des températures T_1 et T_3 constantes, l'expression de la puissance thermique Φ en fonction de L, r_1, r_2, h, λ, T_1 et T_3.

b-2) Montrer que la fonction $\Phi(r_2)$ passe par un extremum pour une valeur critique r_c du rayon r_2 dont on trouvera l'expression. Etudier les variations de Φ en fonction de r_2 pour les valeurs numériques précédentes et h = 9,09 $W.m^{-2}.K^{-1}$ et T_3= 20 °C. Calculer les valeurs du rayon critique r_c et de $\Phi(r_c)$.

Réponse(s) : 0,46 $W.m^{-1}.K^{-1}$; 5,04 cm ; 88 W

25. Transfert thermique convectif
On se propose de calculer le flux thermique échangé entre de l'air qui circule devant une paroi plane et cette paroi. La vitesse de l'air est de 25 $m.s^{-1}$. La température de la paroi est de 75 °C. L'air entre à 5 °C et ressort à la température de la paroi. Les dimensions de la paroi sont : 75 cm dans la direction de la vitesse et 30 cm dans la direction perpendiculaire.
Calculer le nombre de Reynolds et en déduire le régime d'écoulement.
Calculer le coefficient d'échange thermique convectif.
En déduire Φ.
On donne : *masse volumique de l'air : 1,136 $kg.m^{-3}$*
capacité thermique massique isobare de l'air : 1 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.
viscosité dynamique de l'air : 1,91 .10^{-5} Pa.s
conductivité de l'air : 0,027 $W.m^{-1}.K^{-1}$.

Réponse(s) : 79,5 $W.m^{-2}.K^{-1}$; 1252 W

26. Pont chauffé.
Afin d'éviter la formation de verglas et de couche de neige, on maintient la température de la surface supérieure d'un pont à une valeur $T_s = +2$ °C, à l'aide de câbles électriques chauffants intégrés dans sa structure. Le pont a une longueur de 100 m et comporte deux voies, chacune ayant une largeur de 4 m. Chaque voie est composée de plaques de béton armé de 100 m de longueur, 4 m de largeur et de 30 cm (e_1) d'épaisseur, qui sont recouvertes d'une couche d'enrobé de 4 cm (e_2) d'épaisseur. La nappe de câbles électriques, d'épaisseur négligeable, est située dans le béton, à 2 cm (e) au-dessous de l'enrobé.

Données :
Le coefficient d'échange superficiel pour la surface supérieure du pont sera pris égal à $h_s = 17$ W.m^{-2}.K^{-1} et celui de la surface inférieure à $h_i = 7$ W.m^{-2}.K^{-1}.
Conductivité thermique du béton : $\lambda_1 = 1{,}163$ W.m^{-1}.K^{-1}.
Conductivité thermique de l'enrobé : $\lambda_2 = 0{,}58$ W.m^{-1}.K^{-1}.

a) On demande de déterminer, en régime permanent, lorsque la température extérieure $T_e = -2$ °C, avec un vent faible et pas de précipitation :
a-1) le flux thermique surfacique au niveau de la surface supérieure du pont ;
a-2) la température T_C des câbles chauffants et le flux thermique surfacique au niveau de la surface inférieure du pont ;
a-3) la température T_i de la surface inférieure du pont ;
a-4) la puissance totale nécessaire pour assurer le fonctionnement de l'installation.

b) Reprendre le problème précédent lors d'une chute de neige, ce qui a pour effet de modifier fortement le coefficient d'échange superficiel de la partie supérieure du pont qui passe à la valeur $h_s = 116$ W.m^{-2}.K^{-1}.

c) La couche de neige a une épaisseur de 5 cm et une densité de 0,5. Nous admettrons que du point de vue de leurs propriétés calorimétriques, les 5 centimètres de neige sont équivalents à 2,5 cm de glace de densité ≈ 1, à la température T_e. En régime permanent, quelle sera la durée de la fonte de cette neige, si on utilise la puissance calculée pour le b) ?

Données complémentaires :
Chaleur latente massique de fusion de la glace : 335 kJ.kg^{-1}.
Capacité thermique massique de la glace : 2 100 J.kg^{-1}.K^{-1}.

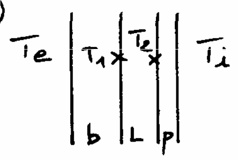
Réponse(s) :a1) 68 W.m^{-2} ; 2) 7,9 °C ; 25,7 W.m^{-2} ; 3) 1,7 °C ; 4) 75 kW ;
b1) 464 W.m^{-2} ; 2) 42 °C ; 114,6 W.m^{-2} ; 3) 14,4 °C ; 4) 463 kW ; c) 5 h 05 min

21 $\Delta T = 2°C \quad e = 10\ cm \quad S = 1\ m^2$

$$\Phi = h\,S\,\Delta T = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{avec} \quad R = \frac{e}{\lambda S} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{\lambda\,S\,\Delta T}{e}$$

A.N. $\Phi(\text{béton}) = \frac{1{,}75 \times 1 \times 2}{0{,}1} = 35\ W$; $\Phi(\text{plâtre}) = 10\ W$; $\Phi(\text{béton}) = 0{,}8\ W$

22



$e_b = 10\,cm \quad e_L = 8\,cm \quad e_p = 2\,cm \quad T_e = 2°C \quad T_i = 18°C$

a) $R_{eq} = \Sigma R = \frac{1}{S}\left(\frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{e_L}{\lambda_L} + \frac{e_p}{\lambda_p}\right) = 2{,}09714 \approx 2{,}10$ K.W^{-1}

d'où $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{18-2}{2{,}09714} = 7{,}6294 = \boxed{7{,}63\ W}$

b) $\Phi = \frac{\Delta T}{R} \Rightarrow \Delta T = R\,\Phi$

càd $T_1 - T_e = R_b\,\Phi$ et $T_2 - T_1 = R_L\,\Phi$

$$T_1 = \frac{e_b}{\lambda_b S}\Phi + T_e = 2{,}436 \approx \boxed{2{,}4°C}$$

$$T_2 = R_L\,\Phi + T_1 = \frac{e_L}{\lambda_L S}\Phi + T_1 = 17{,}695 \approx \boxed{17{,}7°C}$$

---

23 $2r_i = 4\ cm \quad r_e = r_i + e \quad e = 4\ cm \Rightarrow r_i = 2\,cm \quad r_e = 6\,cm$

$L = 30\ m \quad T_i = 90°C \quad T_e = 30°C$

La canalisation étant métallique, on peut la supposer à la température de l'eau.

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{avec} \quad R = \frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{r_e}{r_i} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{2\pi\lambda L\,(T_i - T_e)}{\ln\frac{r_e}{r_i}}$$

A.N $\Phi = 411{,}9 \approx \boxed{412\ W}$

---

24 a) $R_\theta = \frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{\Delta T}{\Phi}$ d'où $\lambda = \frac{\Phi}{2\pi\,\Delta T\,L}\ln\frac{r_2}{r_1}$

A.N $\lambda = 0{,}45816 \approx \boxed{0{,}46\ W.m^{-1}.K^{-1}}$

b) convection → coeff d'échange thermique convectif h_{cv} noté ici h

$\frac{1}{h} = R_{cv}\cdot S$ avec S surface extérieure d'où $R_{cv} = \frac{1}{h\,2\pi r_2 L}$

$$\Rightarrow R = R_{cv} + R_\theta = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{h r_2} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}\right)$$

d'où
$$\boxed{\Phi = \frac{2\pi L\,(T_1 - T_3)}{\frac{1}{h r_2} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}}}$$

c) $\Phi(r_2)$ extremum $\Rightarrow f(r_2) = \frac{1}{h r_2} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}$ extremum

$$\frac{df}{dr_2} = -\frac{1}{h r_2^2} + \frac{1}{\lambda r_2} = \frac{1}{r_2}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{h r_2}\right)$$

$$\left(\frac{df}{dr_2}\right)_{r_2 = r_c} = 0 \Rightarrow h r_c = \lambda \qquad \boxed{r_c = \frac{\lambda}{h}} \qquad r_c = 5{,}04027 \cdot 10^{-2}\ m \quad \boxed{r_c = 5{,}04\ cm}$$

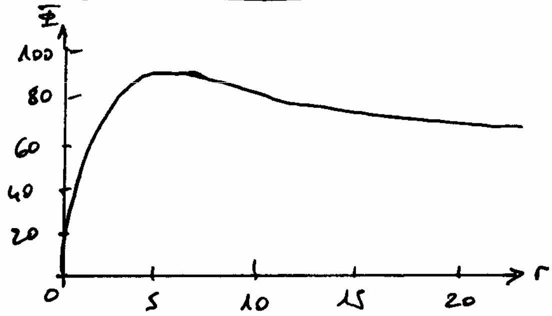
Si $r_2 < \frac{\lambda}{h}$ alors $\frac{1}{r_2} > \frac{h}{\lambda}$ cad $\frac{1}{r_2 h} > \frac{1}{\lambda} \Rightarrow f' < 0$

d'où le tableau de variation :

r_2	1	r_c	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f	↘		↗
Φ	↗		↘

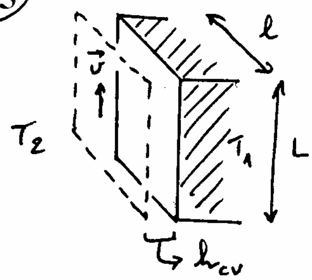
$\Rightarrow r_c \Rightarrow$ max de Φ

A.N $\boxed{\Phi(r_c) = 88\ W}$



---

(25)



$v = 25\ m.s^{-1}$ $T_1 = 75°C$ $T_2 = 5°C$

$L = 75\ cm$ $l = 30\ cm$ $\rho = 1{,}136\ kg.m^{-3}$

$c_p = 1\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ $\eta = 1{,}91 \cdot 10^{-5}\ Pa.s$ $\lambda = 0{,}027$ U.S.I.

a) $Re = \frac{vL}{\nu}$ $\quad \eta = \rho\nu \Rightarrow \nu = \frac{\eta}{\rho}$

$$Re = \frac{vL\rho}{\eta} = 1{,}115 \cdot 10^6$$

$Re_c = 3 \cdot 10^5$ donc régime turbulent

b) Nu ? La vitesse élevée de l'air nous indique la présence de vent → convection forcée $\Rightarrow Nu = 0{,}036\ Pr^{1/3}\ Re^{4/5}$

$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda}$ $\qquad Nu = 0{,}036\left(\frac{\eta c_p}{\lambda}\right)^{1/3} Re^{4/5}$

d'où $\quad h_{cv} = \frac{\lambda Nu}{L} = \frac{0{,}036\ \lambda^{2/3}(\eta c_p)^{1/3} Re^{4/5}}{L}$

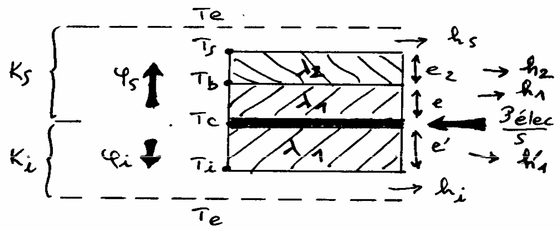
A.N. $\boxed{h_{cv} = 79{,}5\ W.m^{-2}.K^{-1}}$

c) $\Phi_{cv} = h_{cv} S \Delta T = h_{cv} L l (T_1 - T_2)$

A.N. $\boxed{\Phi = 1252\ W}$

(26) $L = 100\ m$ $\quad \ell = 4\ m$ $\quad e_1 = 30\ cm$ $\quad e_2 = 4\ cm$ $\quad e = 2\ cm$ $\quad T_e = -20°C$

$T_s = 2°C$



$\varphi = h\ \Delta T$

a-1) $\boxed{\varphi_s = h_s (T_s - T_e)}$ $\quad$ A.N. $\boxed{\varphi_s = 68\ W.m^{-2}}$

a-2) $\varphi_i = h_i (T_i - T_e)$ $\quad$ pb : T_i inconnu

mais $\varphi_i = K_i (T_c - T_e)$ avec $K_i = \left(\underbrace{\frac{e'}{\lambda_1}}_{1/h'_1} + \frac{1}{h_i}\right)^{-1}$

pb : T_c inconnu mais $\varphi_s = K_s (T_c - T_e)$ avec $K_s = \left(\frac{1}{h_s} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e}{\lambda_1}\right)^{-1}$

d'où $T_c = \frac{\varphi_s}{K_s} + T_e = \left(\frac{1}{h_s} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e}{\lambda_1}\right)\varphi_s + T_e$ $\qquad \frac{e_2}{\lambda_2} = 1/h_2 \quad \frac{e}{\lambda_1} = 1/h_1$

A.N. $T_c = 7{,}859\ °C$ $\quad \boxed{T_c = 7{,}9°C}$

d'où $\varphi_i = \left(\frac{e'}{\lambda_1} + \frac{1}{h_i}\right)^{-1} (T_c - T_e) = 25{,}700$ $\qquad (e' = e_1 - e)$

$\boxed{\varphi_i = 25{,}7\ W.m^{-2}}$

a-3) $\varphi_i = h_i (T_i - T_e) \Rightarrow T_i = \frac{\varphi_i}{h_i} + T_e$ $\qquad \boxed{T_i = 1{,}70°C}$

a-4) $\frac{\mathcal{P}}{S} = \varphi_i + \varphi_s$

$\mathcal{P} = \cancel{\Phi_{total}} = (\varphi_i + \varphi_s) S$

$\mathcal{P} = (\varphi_i + \varphi_s) 2 . \ell . L \Rightarrow \boxed{\mathcal{P} = 75\ kW}$ $\qquad (74\ 960\ W)$

b-1) $\varphi_s = h_s (T_s - T_e)$ $\qquad \boxed{\varphi_s = 464\ W.m^{-2}}$

b-2) $T_c = \left(\frac{1}{h_s} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e}{\lambda_1}\right)\varphi_s + T_e$ $\qquad \boxed{T_c = 42°C}$ $\quad (41{,}979)$

$\varphi_i = \left(\frac{e'}{\lambda_1} + \frac{1}{h_i}\right)^{-1} (T_c - T_e)$ $\qquad \boxed{\varphi_i = 114{,}6\ W.m^{-2}}$ $\quad (146{,}802)$

b-3) $T_i = \frac{\varphi_i}{h_i} + T_e$ $\qquad \boxed{T_i = 14{,}4°C}$ $\quad (18{,}97)$

b-4) $\mathcal{P} = 2 \ell L (\varphi_i + \varphi_s) = 488\,612\ W$ $\qquad \boxed{\mathcal{P} = 463\ kW}$

c) Exprimons la masse de glace équivalente aux 5 cm de neige

$m = \rho\, e_3\, S$ avec $e_3 = 2{,}5\ cm$

La masse par unité de surface $\sigma = \frac{m}{S} = \rho\, e_3 = 25\ kg$

La chaleur pour amener la neige de T_e à $T_f = 0°C$ puis pour la faire fondre est par unité de surface :

$$\frac{Q}{S} = \sigma \left[c_p (T_f - T_e) + \ell_f \right]$$

Cette chaleur est apportée par le flux thermique φ_s

On a $\frac{Q}{S} = \varphi_s\, \Delta t$ d'où $\Delta t = \frac{Q/S}{\varphi_s}$

$$\Delta t = \frac{\sigma}{\varphi_s} \left[c_p (T_f - T_e) + \ell_f \right]$$

A.N. $\Delta t = 18276\ s = 5{,}08\ h$ $\qquad \boxed{\Delta t = 5\ h\ 05\ min}$