TRANSFERTS THERMIQUES

Fascicule "Energétique" pp. 57 à 82 (chpt 4)

3 types de transferts thermiques : conduction, convection, rayonnement.

1. DESCRIPTION ET MODELISATION DES TRANSFERTS THERMIQUES

1.1. Aspect qualitatif

a) transfert conductif

= transfert thermique sans mouvement macroscopique (transfert de type diffusif).

Exemple : barre métallique chauffée à l'une de ses extrémités → l'élévation de température se propage de proche en proche, ce qui traduit la conduction thermique.

Origine : microscopique (agitation des constituants de la matière) ⇒ on peut faire un parallèle entre conduction thermique et conduction électrique.

Remarque : on parle également de diffusion thermique.

b) transfert convectif

La convection correspond à des transports supportés par des mouvements macroscopiques de la matière. Concerne les fluides.

Exemples :

- convection naturelle : l'air chaud au voisinage d'un radiateur d'une pièce d'habitation est moins dense donc s'élève et est remplacé par de l'air froid → convection qui tend à uniformiser la température de la pièce. Importance capitale dans les phénomènes atmosphériques.
- convection forcée : échangeurs thermiques, radiateurs d'automobile. Contact thermique entre deux fluides de températures différentes, en mouvements forcés. Ce contact est assuré par une surface solide (le transfert intermédiaire est donc conductif → couplage conducto-convectif).

c) transfert radiatif

Les corps chauffés émettent un rayonnement électromagnétique.

Exemple : résistance d'un four électrique (rayonnement infrarouge + éventuellement visible).

Ce phénomène est appelé rayonnement thermique.

Inversement, un corps se réchauffe en absorbant un rayonnement électromagnétique

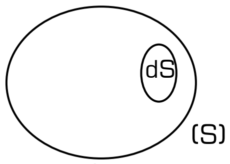
Remarque : ce transfert thermique n'exige pas de support matériel (propagation dans le vide possible) par opposition à la conduction et à la convection.

1.2. Flux thermiques et flux thermiques surfaciques

a) description d'un système

L'existence de ces flux suppose des systèmes hors-équilibre thermodynamique. Nous ferons néanmoins l'hypothèse que ce déséquilibre est faible, de sorte qu'on puisse décrire localement le système comme s'il était en équilibre. ⇒ En chaque point A , les variables d'état intensives seront définies au cours du temps : $T(A,t)$, $p(A,t)$, $\mu(A,t)$...

b] définitions



Soit un système délimité par une surface (S).
Les échanges se faisant à travers cette surface, le transfert thermique sera caractérisé par la quantité de chaleur sortant à travers cette surface par unité de temps. Cette puissance (énergie par unité de temps) se note Φ (exprimée en watts) et se nomme *flux thermique.*

Φ est défini sortant : c'est une grandeur algébrique. $\Phi > 0$ si le système fournit cette chaleur, $\Phi < 0$ dans le cas contraire.

- On définit alors le *flux thermique surfacique* (ou densité de flux thermique) par :

$\varphi = \dfrac{d\Phi}{dS}$ ou $\dfrac{\Phi}{S}$ dans le cas (le plus fréquent) d'un transfert homogène et isotrope.

φ s'exprime en W.m^{-2}.

- Bilan thermique du point de vue du système : $\Phi = -\dfrac{\partial Q}{\partial t}$ ("-" car Φ est défini sortant)

c] notations - notion de courant thermique

Dans le cas où le transfert thermique se fait selon une direction précise (conduction et convection), on peut visualiser le sens du transfert par un courant thermique : vecteur $\vec{j}$, densité de courant thermique. Φ peut alors s'interpréter comme l'intensité du courant thermique (analogie électrique).

conduction : Φ_C

Pour un milieu isotrope, le courant thermique est opposé au gradient local de température, c'est-à-dire qu'il est dirigé dans le sens des températures décroissantes.

convection : Φ_{CV}

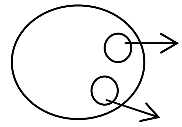
Le courant thermique est évidemment orienté comme la vitesse des particules transportant l'énergie, c'est-à-dire qu'il est également dirigé dans le sens des températures décroissantes.

rayonnement : Φ_R

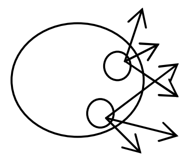
pas de direction privilégiée.

conducto-convection : Φ_{CC} ; convecto-radiation : Φ_{CR} ou Φ_{CVR} …

conduction convection :

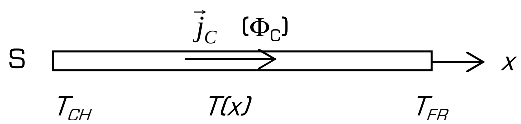


rayonnement :



2. ETUDE DES TRANSFERTS CONDUCTIFS

2.1. Loi de Fourier - conductivité thermique



Problème à 1 dimension (courant unidirectionnel) :

Si T uniforme, $\Phi_C = 0$.

Dans le cas contraire, $\vec{j}_C$ est dirigé dans le sens décroissant des températures, et Φ_C est proportionnel au gradient de température et à la surface S :

$$\boxed{\Phi_C = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \text{Loi de FOURIER}}$$

avec $\lambda > 0$: *conductivité thermique.*

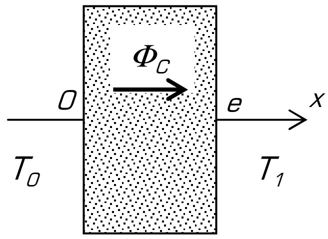
ordres de grandeur de λ à température ambiante, en W.m^{-1}.K^{-1} :

argent, cuivre	≈ 400	verre	1	eau	0,6
inox	15	polystyrène expansé	0,004	air	0,025
béton	1,75	huile minérale	0,13	hydrogène	0,18

2.2. Régime stationnaire : coefficient d'échange et résistance thermique

a] coefficient d'échange thermique conductif

Exemple : barre métallique en contact par ses extrémités, ou mur en contact par ses deux faces avec deux sources de chaleur : après un régime transitoire où le gradient de température s'établit, on atteint un régime stationnaire.



$\Phi_C > 0$ si $T_0 > T_1$

$\Rightarrow \dfrac{\partial T}{\partial t} = 0 \;\Rightarrow\; T = T(x)$. On montre que T est de la forme : $T = Ax + B$ *(A, B cstes)*

Si on considère un milieu limité en $x = 0$ et $x = e$ par deux sources de températures respectives T_0 et T_1, on obtient facilement : $T(x) = \dfrac{T_1 - T_0}{e}.x + T_0$

e : épaisseur d'une paroi ou longueur d'une barre.

La loi de Fourier nous conduit alors à : $\Phi_C = -\lambda S\dfrac{T_1 - T_0}{e} = \dfrac{\lambda S}{e}(T_0 - T_1)$ soit :

$\boxed{\Phi_C = h_C.S.\Delta T}$ avec h_C : *coefficient d'échange thermique conductif* ($W.m^{-2}.K^{-1}$)

Cette expression, établie dans le cas d'un courant thermique unidirectionnel, reste valable dans tous les cas.

b] résistance thermique - analogie électrique

Il est parfois intéressant d'introduire la résistance thermique $\boxed{R_\theta = \dfrac{1}{h_C.S}}$

On met alors en évidence une analogie formelle thermique-électrique :

courant thermique	courant électrique
flux thermique Φ_C différence de température $\Delta T = T_{CH} - T_{FR}$ $T_{CH} \xrightarrow[\longleftarrow\ \Delta T]{\Phi_C} T_{FR}$ loi : $\Phi_C = \dfrac{\Delta T}{R_\theta}$ avec, pour un courant thermique unidirectionnel (paroi plane, par exemple) : $R_\theta = \dfrac{e}{\lambda.S}$	intensité du courant I différence de potentiel $U = V_+ - V_-$ $V_+ \xrightarrow[\longleftarrow\ U]{I} V_-$ loi d'Ohm : $I = \dfrac{U}{R}$ avec, pour un courant électrique unidirectionnel (conducteur assimilable à un conducteur cylindrique) : $R = \rho\dfrac{l}{S} = \dfrac{l}{\gamma.S}$

On utilise également la résistance thermique surfacique :

$$r_\theta = S.R_\theta = \frac{1}{h_c}$$

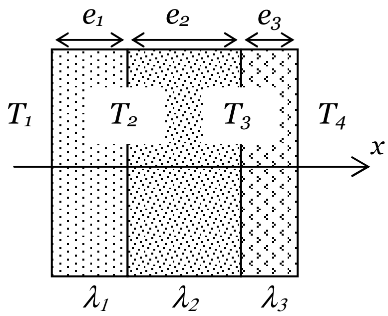
2.3. Calcul des coefficients d'échange thermique conductifs

a] matériau parcouru par un courant thermique unidirectionnel (paroi plane...)

$\Phi_C = \dfrac{\lambda S}{e} \Delta T \quad \Rightarrow \quad \boxed{h_C = \dfrac{\lambda}{e}}$ coefficient d'échange thermique conductif pour un flux thermique unidirectionnel

on en déduirait : $R_\theta = \dfrac{e}{\lambda . S}$

b] paroi multicouche : association en série



régime stationnaire ⇒ Φ uniforme et constant.
On a $\Phi = h_1.S.(T_2 - T_1) = h_2.S.(T_3 - T_2) = h_3.S.(T_4 - T_3)$
Soit h_C (coefficient d'échange thermique conductif équivalent) tel que $\Phi = h_C.S.(T_4 - T_1)$

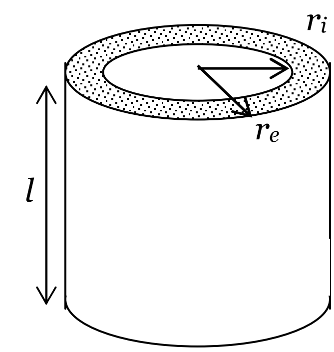
$$\Rightarrow S.(T_4 - T_1) = \frac{\Phi}{h_C} = S.(T_4 - T_3) + S.(T_3 - T_2) + S.(T_2 - T_1)$$

$$= \frac{\Phi}{h_1} + \frac{\Phi}{h_2} + \frac{\Phi}{h_3}$$

d'où $\boxed{h_{C\,eq} = \left(\dfrac{1}{h_1} + \dfrac{1}{h_2} + \dfrac{1}{h_3}\right)^{-1}}$ $\Rightarrow R_{\theta eq} = R_1 + R_2 + R_3$
association série

On retrouve l'additivité des résistances dans une association en série.

c] matériau parcouru par un courant thermique radial (canalisation cylindrique...)



on montre que le coefficient d'échange thermique conductif d'un tube de conductivité thermique λ, de longueur l, de rayons intérieur r_i et extérieur r_e, de surface de contact considérée S s'exprime par :

$h_C = \dfrac{\lambda . 2\pi l}{S . \ln \dfrac{r_e}{r_i}}$ soit,

ramené à la surface intérieure du tube $\boxed{h_C = \dfrac{\lambda}{r_i . \ln \dfrac{r_e}{r_i}}}$

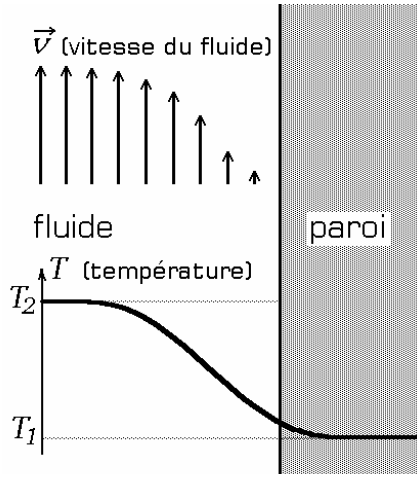
Cas d'un cylindre d'épaisseur *e* très petite par rapport aux rayons r_i et r_e :

On a alors $\dfrac{r_e}{r_i} = \dfrac{r_i + e}{r_i} = 1 + \dfrac{e}{r_i}$ et, $\dfrac{e}{r_i}$ étant très petit devant 1, $\ln \dfrac{r_e}{r_i} = \ln\left(1 + \dfrac{e}{r_i}\right) \approx \dfrac{e}{r_i}$ (D.L. à l'ordre 1) d'où $\boxed{h_C \approx \dfrac{\lambda}{e}}$ *(épaisseur e « rayon)*

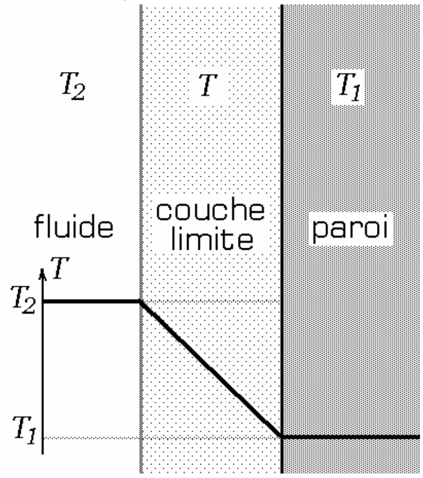
3. TRANSFERTS THERMIQUES CONVECTIFS

3.1. Notion de couche limite

Température et vitesse au voisinage d'une paroi



Modèle simplifié de la couche limite :



La description d'un transfert thermique convectif étant assez complexe, on envisage le transfert thermique sous forme conductive à travers une "couche" plane de fluide appelée couche limite, à l'intérieur de laquelle la température varie de façon linéaire.

3.2. Loi de Newton

On pose $\boxed{\Phi_{CV} = h_{CV}\, S\, \Delta T}$ h_{CV} : coefficient d'échange convectif superficiel $(W.m^{-2}.K^{-1})$.

loi de Newton

h_{CV} est donné ou peut se calculer.

ou $\Phi_{CV} = \dfrac{\Delta T}{R_{CV}}$ R_{CV} : résistance thermique fictive équivalente à la couche limite ou résistance convective $(K.\ W^{-1})$.

$$R_{CV} = \frac{1}{h_{CV}\, S}$$

Cas des transferts conducto-convectifs $R_{CC} = R_\theta + R_{CV}$

3.3. Détermination des coefficients d'échange convectif

a] Nombre de Nusselt et nombre de Reynolds

Le nombre de Nusselt Nu mesure l'importance de la convection par rapport à la conduction.

$$Nu = \frac{\Phi_{CV}}{\Phi_C}$$ on peut en déduire h_{CV} :

$\Phi_{CV} = h_{CV} S \Delta T$; $\Phi_C = h_C S \Delta T$ avec $h_C = \dfrac{\lambda}{e}$ dans le cas d'une propagation unidirectionnelle,

d'où $Nu = \dfrac{h_{CV}}{h_C} = \dfrac{e h_{CV}}{\lambda}$ .On en déduit $h_{CV} = \dfrac{\lambda Nu}{e}$.

Dans le cas général, il faut remplacer e par une dimension caractéristique L, d'où :

$$h_{CV} = \frac{\lambda Nu}{L}$$

Nu dépend :

- de la géométrie du système : tube ou surface plane. On en déduit en particulier la dimension caractéristique L.
- du régime d'écoulement du fluide : laminaire ou turbulent. Ce régime se détermine en calculant un nombre caractéristique appelé nombre de Reynolds $\mathcal{R}e$. Si $\mathcal{R}e > (\mathcal{R}e)_C$ (nombre de Reynolds critique) le régime est turbulent. $\mathcal{R}e_c$ dépend de la géométrie du système.
- du type de convection : naturelle ou forcée. On parle de convection naturelle lorsque la mise en mouvement vient uniquement de la diminution de la densité par élévation de la température. Dans le cas où intervient un agent extérieur (ventilateur, pompe; vent) la convection est dite forcée. Le calcul fait alors intervenir un nombre caractéristique lié aux forces de viscosité : le nombre de Grashof Gr ou le nombre de Prandtl Pr.

Finalement, le coefficient d'échange thermique convectif s'obtient à l'aide de formules empiriques faisant intervenir les paramètres suivants :

λ_f	conductivité thermique du fluide ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
μ	masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
v	vitesse du fluide ($m.s^{-1}$)
ν	viscosité cinématique du fluide ($m^2.s^{-1}$)
η	viscosité dynamique du fluide (Pa.s) $\eta = \mu.\nu$
c_p	capacité thermique massique isobare du fluide ($J.K^{-1}.kg^{-1}$)
ΔT	écart de température entre le fluide et la paroi (compté positivement)
T_m	température moyenne de la couche limite (en Kelvin)
g	intensité de la pesanteur
L	dimension caractéristique de la paroi (m) (diamètre pour un tube, longueur pour un rectangle)
$\mathcal{R}e$	nombre de Reynolds $\mathcal{R}e = \dfrac{vL}{\nu}$

b) <u>Cas des tubes</u>

L = diamètre du cylindre ou diamètre équivalent du tube (L = 4 × section / périmètre)

$(\mathcal{R}e)_C = 2200$

convection / régime	naturelle	forcée
laminaire : $\mathcal{R}e \le (\mathcal{R}e)_C$	(*)	(*)
turbulent : $\mathcal{R}e > (\mathcal{R}e)_C$	(*)	$h_{CV} = 0,023.\lambda_f^{2/3}.\dfrac{(\eta.c_p)^{1/3}}{L}.\ \mathcal{R}e^{4/5}$

(*) : ces cas ne se rencontrent pratiquement jamais.

c) <u>Cas des surfaces planes rectangulaires</u>

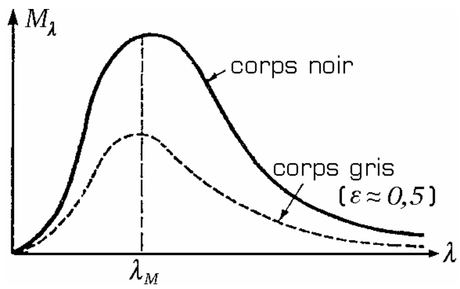
L = longueur du rectangle

$(\mathcal{R}e)_C = 300\ 000$

convection / régime	naturelle	forcée
laminaire : $\mathcal{R}e \le (\mathcal{R}e)_C$	$h_{CV} = 0,479.\lambda_f.\left(\dfrac{g.\Delta T}{L.\nu^2.T_m}\right)^{1/4}$	$h_{CV} = 0,66.\lambda_f^{2/3}.\dfrac{(\eta.c_p)^{1/3}}{L}.\ \mathcal{R}e^{1/2}$
turbulent : $\mathcal{R}e > (\mathcal{R}e)_C$	$h_{CV} = 0,13.\lambda_f.\left(\dfrac{g.\Delta T}{\nu^2.T_m}\right)^{1/3}$	$h_{CV} = 0,036.\lambda_f^{2/3}.\dfrac{(\eta.c_p)^{1/3}}{L}.\ \mathcal{R}e^{4/5}$

4. Transferts thermiques radiatifs

4.1. Emission et absorption



Spectres d'émission à la température T.

a) spectre d'émission

Φ_R représentant le flux radiatif, $\varphi_R = \dfrac{\partial \Phi_R}{\partial S}$ est le flux radiatif surfacique, appelé également émittance énergétique. On pose alors $M_\lambda = \dfrac{\partial \varphi_R}{\partial \lambda} = \dfrac{\partial^2 \Phi_R}{\partial \lambda \partial S}$, émittance énergétique monochromatique (voir ci-contre la courbe $M_\lambda = f(\lambda)$).

- Corps noir : corps absorbant tout rayonnement incident, caractérisé par son spectre d'émission. λ_M = longueur d'onde correspondant au maximum de l'émittance énergétique monochromatique (c'est-à-dire au maximum d'énergie émise). Pour le soleil, $\lambda_M \approx$ jaune.

- Corps gris : corps pour lequel $M_\lambda = \dfrac{1}{\varepsilon}.(M_\lambda \text{ du corps noir})$ avec ε = constante, $0 < \varepsilon < 1$, nommée émissivité du corps gris.

- Loi du "déplacement" de Wien : λ_M dépend de la température du corps, cette dépendance se traduisant par la relation $\lambda_M.T$ = constante $\approx 3.10^{-3}\ m.K$

b) expression du flux radiatif émis

Loi de Stefan pour un corps noir ou un corps gris :

$$\boxed{\Phi_R = \sigma\varepsilon \underset{(m^2)}{S} \underset{(K)}{T^4}}$$

avec σ = constante de Stefan = $5{,}67.10^{-8}\ N.m^{-2}.K^{-4}$
ε = émissivité $0 < \varepsilon \leq 1$ (ε = 1 pour un corps noir)
T = température du corps.

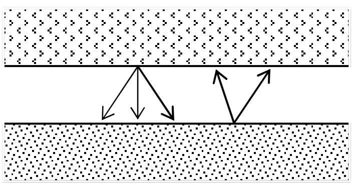
c) absorption

$$\boxed{\Phi_{Ra} = \sigma\alpha S T^4}$$

avec α = coefficient d'absorption, $0 < \alpha \leq 1$
pour un corps noir $\alpha = 1$, pour un corps gris $\alpha = \varepsilon$
T = température de la source.

4.2. Transfert thermique entre deux plans parallèles

T_1, ε_1



T_2, ε_2

On pose $\boxed{\Phi_R = h_R\, S\, \Delta T}$ h_R : coefficient d'échange radiatif ($W.m^{-2}.K^{-1}$)

Si de plus les plans sont très grands par rapport à la distance qui les sépare et que les matériaux sont assimilables à des corps gris, on obtient (avec $T_1 > T_2$) :

$\Phi_{R1} > \Phi_{R2}$ et $\Phi_R = \Phi_{R1} - \Phi_{R2} = \dfrac{\sigma S(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$

Si de plus T_1 et T_2 sont proches, la comparaison des deux expressions de Φ_R donne :

$$\boxed{h_R \approx \dfrac{4\sigma T_m^3}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}} \quad \text{avec} \quad \boxed{T_m = \dfrac{T_1 + T_2}{2}}$$

4.3. Transfert thermique radiatif + convectif

a) Dans le cas où rayonnement et convection coexistent, les flux thermiques vont s'ajouter (ou se retrancher, selon le sens des transferts) :

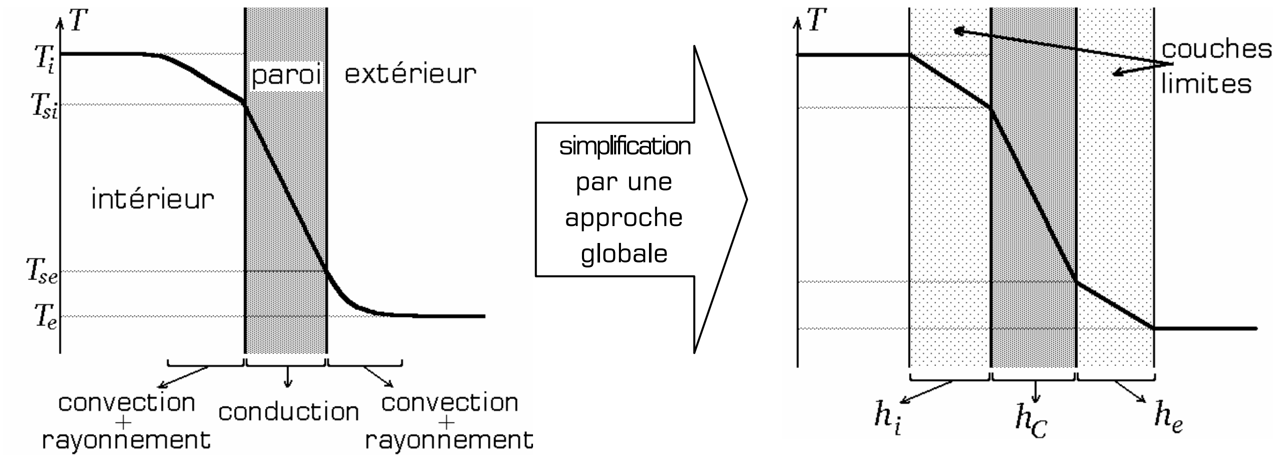
$$\boxed{\Phi_{CR} = \Phi_R + \Phi_{CV}}$$

b) Si ces transferts ont lieu entre deux mêmes corps, il peut être utile de définir le coefficient d'échange convecto-radiatif $h_{CR} = h_R + h_{CV}$ ou la résistance thermique fictive équivalente aux deux effets cumulés (association type «parallèle») $\frac{1}{R_{CR}} = \frac{1}{R_R} + \frac{1}{R_{CV}}$

5. Application aux transferts thermiques entre deux ambiances

Vous devrez savoir retrouver ces résultats

5.1. Cas d'une paroi plane



Découpage en trois zones et introduction de h_i et h_e, coefficients d'échange thermique interne et externe :

- zone convecto-radiative interne $\rightarrow$ $h_i = h_{CVi} + h_{Ri}$
- zone conductive $\rightarrow$ $h_C = \dfrac{\lambda}{e}$
- zone convecto-radiative externe $\rightarrow$ $h_e = h_{CVe} + h_{Re}$

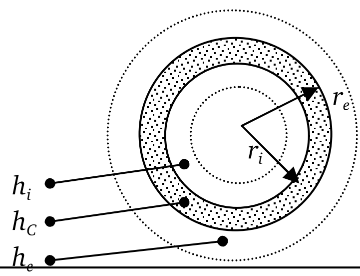
On définit le coefficient global d'échange thermique, ou coefficient de déperditions surfaciques K :

$$\boxed{K = \left[\frac{1}{h_i} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_e}\right]^{-1}}$$

$\frac{1}{h_i}$ et $\frac{1}{h_e}$ sont en général donnés

On a alors $\boxed{\Phi = K\,S\,\Delta T}$

5.2. Cas d'un tube de faible diamètre



Même type de découpage mais attention $S_i \neq S_e$

Vérifier à titre d'exercice que, ramené à la surface interne :

$$K = \left[\frac{1}{h_i} + \frac{r_i}{\lambda}\ln\frac{r_e}{r_i} + \frac{r_i}{h_e r_e}\right]^{-1}$$

RECAPITULATIF

◊ ***Φ* flux thermique** $(T_{ch} \rightarrow T_{FR})$ (W)

Φ_C, Φ_{CV}, Φ_R flux thermiques conductif, convectif, radiatif.
↳ pour un corps seul $\Phi_R = \sigma \varepsilon S\, T^4$ (loi de Stefan)

◊ ***φ* flux thermique surfacique** $(W.m^{-2})$

Défini par $\varphi = \dfrac{d\Phi}{dS}$, le plus souvent $\dfrac{\Phi}{S}$ (transfert homogène isotrope)

◊ ***λ* conductivité thermique** $(W.m^{-1}.K^{-1})$

Définie par la loi de Fourier $\Phi_C = -\lambda S \dfrac{dT}{dx}$ (1 dimension)

On s'intéresse aux régime stationnaires :

◊ ***h* coefficient d'échange thermique** $(W.m^{-2}.K^{-1})$

Défini par $\Phi = h\, S\, \Delta T$

h_C, h_{CV}, h_R	coefficient d'échange thermique conductif, convectif, radiatif.
h_{CR} $(h_i\ ;\ h_e)$	coefficient d'échange convecto-radiatif (interne ; externe)
h, K	coefficient global d'échange thermique ou coefficient de déperditions surfaciques.

association série (multicouche) $h_{eq} = \left[\sum \dfrac{1}{h}\right]^{-1}$

association parallèle (plusieurs flux entre deux même corps : convectif + radiatif) $h_{eq} = \sum h$

transfert thermique entre deux ambiances $K = \left[\dfrac{1}{h_i} + \dfrac{1}{h_c} + \dfrac{1}{h_e}\right]^{-1}$

◊ ***R* résistance thermique** (fictive équivalente) peut être utile pour les associations

Définie par $\Phi = \dfrac{\Delta T}{R}$

R_θ résistance thermique $(K.W^{-1})$

R_{CV} résistance thermique fictive équivalente convective etc…

association série (multicouche) $R_{eq} = \sum R$

lien avec h : $R = \dfrac{1}{hS}$

◊ **Calculs de *h* (transferts conductifs)**

surface plane $h_C = \dfrac{\lambda}{e}$

tube $h_C = \dfrac{\lambda}{r_i . \ln \dfrac{r_e}{r_i}}$ (ramené à sa surface intérieur)

Pour les cas des transferts convectifs et radiatifs, se reporter au cours.