Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique d'ATS sont ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées. Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires…) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils	Niveau d'exigence
1. Fonctions	
Fonctions usuelles	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \to x^2$, $x \to \frac{1}{x}$, $x \to \sqrt{x}$.
Dérivée	Interpréter géométriquement la dérivée. Dériver une fonction composée. Rechercher un extremum. **Exemple :** phénomène de résonance.
Primitive et intégrale Valeurs moyenne	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$. Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. **Exemple :** étude de la valeur moyenne du produit de deux grandeurs harmoniques (grandeurs énergétiques).
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. **Exemple :** diagramme p(h)
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2 ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^{\alpha}$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).
2. Équations différentielles	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordres à coefficients constants	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter le polynôme caractéristique. Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité). Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques. Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI). Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ou du deuxième ordre et d'un second membre constant. Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal. Déterminer le module et la phase des grandeurs. Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire. **Exemples :** mécanique, thermique…
Équation quelconque	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.
3. Analyse vectorielle	

Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso-f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel	Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire	Définir $\Delta f = \text{div}\,(\mathbf{grad}\, f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\mathbf{A}) = -\Delta\mathbf{A} + \mathbf{grad}(\text{div}\mathbf{A})$.
4. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
5. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables Dérivée partielle	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.
6. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. **Exemples :** repérage d'un champ des vitesses d'un écoulement ou d'un champ électromagnétique
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées sur une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. **Exemple :** projection en mécanique dans un repère
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. **Exemple :** propriétés du champ magnétique
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
7. Trigonométrie	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs

	des fonctions pour les angles usuels. Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas. Passer de la forme $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ à la forme $C \cos(\omega t - \varphi)$.
Nombres complexes et représentation dans le plan Somme et produit de nombres complexes	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument. **Exemple :** régime sinusoïdal forcé