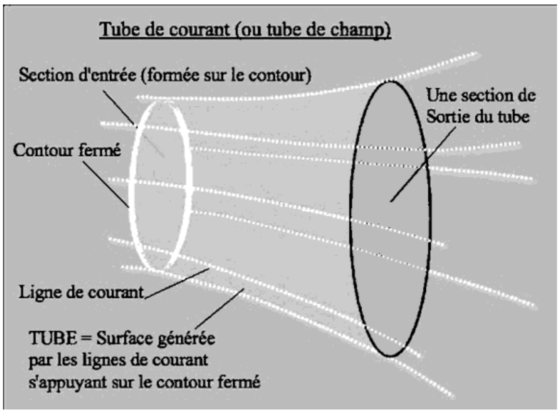
FLUIDE EN ÉCOULEMENT STATIONNAIRE (résumé)

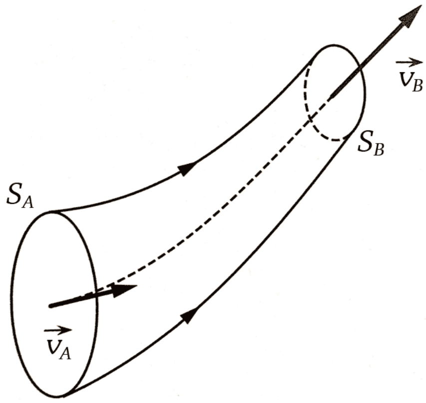
M8. DESCRIPTION D'UN FLUIDE EN ÉCOULEMENT STATIONNAIRE

1. DESCRIPTION D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

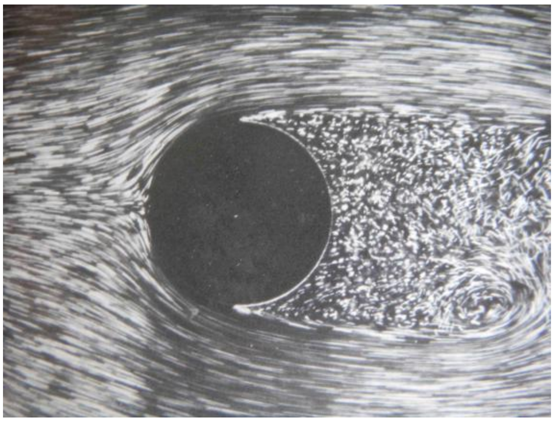
◊ *grandeurs eulériennes :* $\vec{v}(M,t)$, $\rho(M,t)$ *et* $p(M,t)$

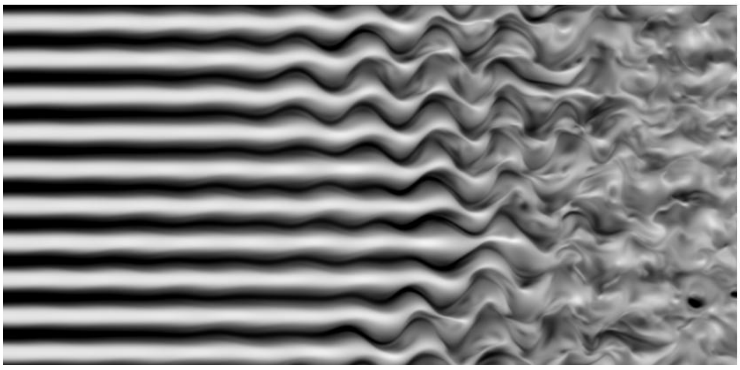
◊ *tube de courant*





◊ *images*

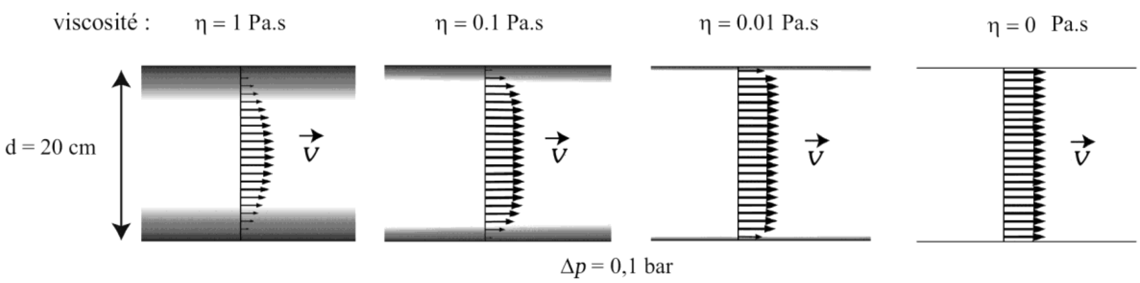




◊ *débits*

débit massique : $D_m = \dfrac{dm}{dt}$ débit volumique : $D_V = \dfrac{dV}{dt}$ si $\rho = cste$, $D_m = \rho D_V$

◊ *viscosité*



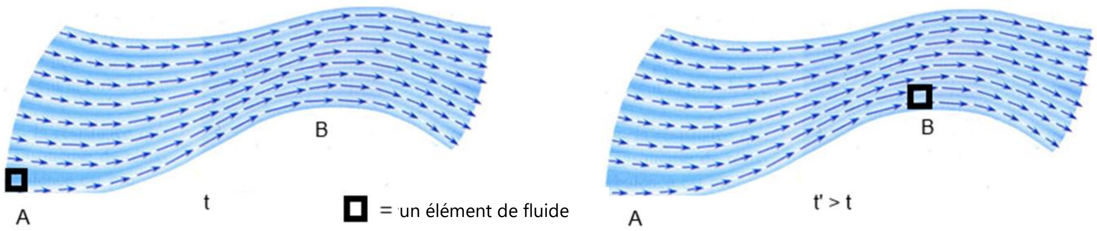
2. CONSERVATION DE LA MASSE

◊ *densité de courant de masse ou densité de flux de masse :* $\vec{j}_m = \rho\vec{v}$ *propriété :* $D_m = \Phi\left(\vec{j}_m, S\right)$

◊ *équation de conservation de la masse (formes locale / intégrale) :* $\operatorname{div}\vec{j}_m + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ $\Phi\left(\vec{j}_m, S_{fermée}\right) + \dfrac{d}{dt}m_{\text{int}}(S) = 0$

3. Caractérisation des écoulements

◊ *écoulement stationnaire :* $\vec{v}(M,\cancel{t})$, $\rho(M,\cancel{t})$, $p(M,\cancel{t})$



Par stationnarité on a bien : $\vec{v}(A,t)=\vec{v}(A,t')$ et $\vec{v}(B,t)=\vec{v}(B,t')$, mais en revanche $\vec{v}(A,t)\neq\vec{v}(B,t')$.

$\operatorname{div}\vec{j_m}=0$ $\quad\Phi\left(\vec{j_m},S_{fermée}\right)=0$: le vecteur densité de courant de masse est à flux conservatif

$D_m=\Phi\left(\vec{j_m},S\right)$ d'où $\Phi\left(\vec{j_m},S_{fermée}\right)=0\Rightarrow$ conservation de D_m : $D_{m,entrant}=D_{m,sortant}$

◊ *écoulement stationnaire homogène :* $\vec{v}(M,\cancel{t})$, $\rho(\cancel{M},\cancel{t})$, $p(M,\cancel{t})$

$\operatorname{div}\vec{v}=0$ $\quad\Phi\left(\vec{v},S_{fermée}\right)=0$: le champ des vitesses est à flux conservatif

$D_V=\Phi\left(\vec{v},S\right)$ d'où $\Phi\left(\vec{v},S_{fermée}\right)=0\Rightarrow$ conservation de D_V : $D_{V,entrant}=D_{V,sortant}$

si écoulement parfait : $D_V=vS$ et $v_AS_A=v_BS_B$ sur un tube de courant

◊ *écoulement divergent / non divergent - rotationnel / irrotationnel*

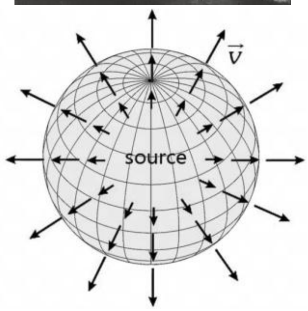
écoulement divergent $\Leftrightarrow$ $\operatorname{div}\vec{v}\neq 0$ $\Leftrightarrow$ $\Phi\left(\vec{v},S_{fermée}\right)\neq 0$

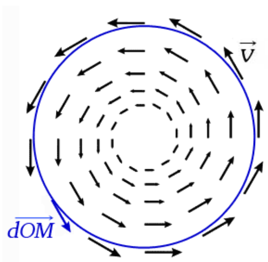
écoulement rotationnel $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{v}\neq\vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $\mathscr{C}\left(\vec{v},C_{fermé}\right)\neq 0$

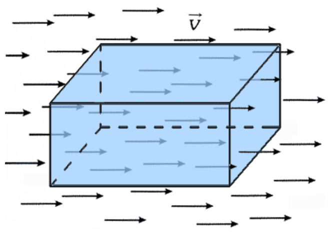
Les lignes de courant d'un écoulement irrotationnel ne peuvent jamais être fermées.

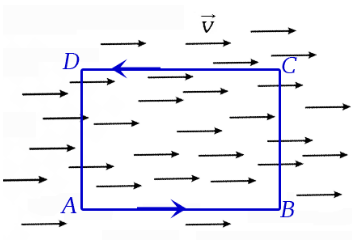
→ illustrations :











4. ÉNERGÉTIQUE DES ÉCOULEMENTS PARFAITS DANS UNE CONDUITE

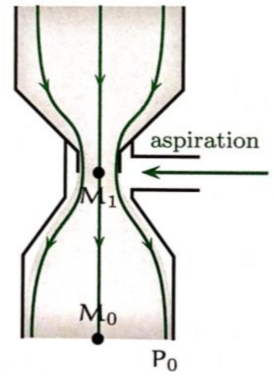
◊ *écoulement parfait :* sans dissipation énergétique (pas de frottement visqueux, pas de transferts thermiques)

◊ *relation de Bernoulli (écoulement stationnaire homogène et parfait)*

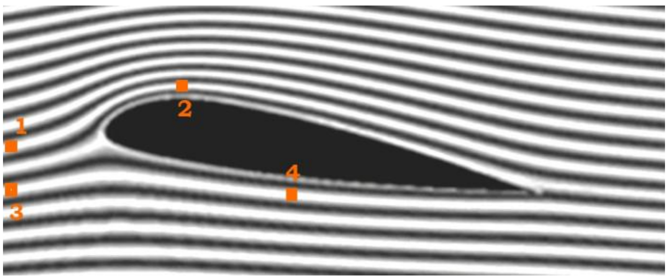
$$p_B - p_A + \rho g\left(z_B - z_A\right) + \frac{1}{2}\rho\left(v_B^{2} - v_A^{2}\right) = \frac{\mathscr{P}_i}{D_V} \qquad (\uparrow z)$$

A et B sur une même ligne de courant ; A et B quelconques dans le fluide dans le cas d'un écoulement irrotationnel

◊ *effet Venturi*

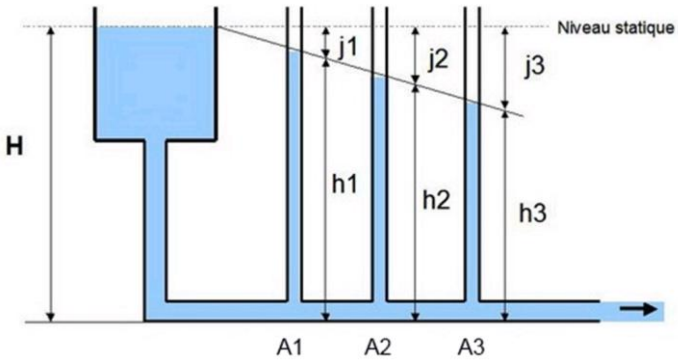


◊ *portance*



5. PERTE DE CHARGE

◊ *description du phénomène*



◊ *relation de Bernoulli modifiée*

$$p_B - p_A + \rho g\left(z_B - z_A\right) + \frac{1}{2}\rho\left(v_B^{2} - v_A^{2}\right) = \frac{\mathscr{P}_i}{D_V} - \Delta p_t$$

avec :

$$\Delta p_t = \Delta p_r + \Delta p_s$$

$$\Delta p_r = K_r \frac{\ell}{d} \times \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \text{et} \quad \Delta p_s = K_s \times \frac{1}{2}\rho v^2$$

◊ *autre effet de la viscosité : effet Magnus (complément)*